ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN MINH TRANG

BÀI TOÁN ỔN ĐỊNH HÓA HỆ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN PHI TUYẾN CÓ TRỄ

Chuyên ngành: Toán giải tích

Mã số: 60.46.01.02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC: GS. TSKH. VŨ NGỌC PHÁT

THÁI NGUYÊN - 2016

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan nội dung trong luận văn Thạc sĩ chuyên ngành Toán giải tích với đề tài **"Bài toán ổn định hóa hệ phương trình vi phân phi tuyến có trễ"** được hoàn thành bởi nhận thức của tôi, không trùng lặp với luận văn, luận án và các công trình đã công bố.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2016

Người viết Luận văn

Nguyễn Minh Trang

Lời cảm ơn

Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn tới GS. TSKH Vũ Ngọc Phát, người đã định hướng chọn đề tài và tận tình hướng dẫn, cho tôi những nhận xét quý báu để tôi có thể hoàn thành luận văn.

Tôi cũng xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành tới phòng Sau Đại học, các thầy cô giáo dạy cao học chuyên ngành Toán giải tích trường Đại học sư phạm - Đại học Thái Nguyên đã giúp đỡ và tạo điều kiện cho tôi trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu khoa học.

Nhân dịp này tôi cũng xin gửi lời cảm ơn chân thành tới gia đình, bạn bè đã luôn động viên, cổ vũ, tạo mọi điều kiện thuận lợi cho tôi trong suốt quá trình học tập.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2016

Người viết luận văn

Nguyễn Minh Trang

Mục lục

Lời cam đoan **i**

Lời cảm ơn **ii**

Mục lục **ii**

Mở đầu **1**

Một số ký hiệu viết tắt **3**

1 Cơ sở toán học **4**

1.1 Hệ phương trình vi phân điều khiển 4

1.2 Bài toán ổn định hóa 5

1.2.1 Phương pháp hàm Lyapunov 8

1.2.2 Bài toán ổn định hóa 9

1.3 Các bổ đề bổ trợ 9

2 Bài toán ổn định hóa hệ phương trình vi phân phi tuyến có trễ **11**

2.1 Hệ phương trình vi phân có trễ 11

2.2 Hệ phương trình vi phân phi tuyến ôtônôm có trễ 14

2.3 Hệ phương trình vi phân phi tuyến không ôtônôm có trễ . . . 27

Kết luận chung **45**

Tài liệu tham khảo **46**

Mở đầu

Trong lý thuyết định tính các hệ động lực, bài toán ổn định và ổn định hóa có vai trò rất quan trọng. Sự nghiên cứu bài toán ổn định hệ thống đã trở thành một hướng nghiên cứu không thể thiếu trong lý thuyết phương trình vi phân, lý thuyết hệ thống và ứng dụng.

Tính ổn định là một trong những tính chất quan trọng của lý thuyết định tính các hệ động lực và được sử dụng nhiều trong các lĩnh vực cơ học, vật lý toán, kỹ thuật,... Nói một cách hình tượng, một hệ thống được gọi là ổn định tại trạng thái cân bằng nào đó nếu các nhiễu nhỏ của các dữ kiện hoặc cấu trúc ban đầu của hệ thống không làm cho hệ thống thay đổi nhiều so với trạng thái cân bằng đó. Sự nghiên cứu bài toán ổn định hệ thống được bắt đầu từ cuối thế kỷ XIX bởi nhà toán học V. Lyapunov và đến nay đã trở thành một hướng nghiên cứu không thể thiếu trong lý thuyết phương trình vi phân, lý thuyết hệ thống và ứng dụng. Từ những năm 60 của thế kỷ XX, song song với sự phát triển của lý thuyết điều khiển và do nhu cầu nghiên cứu các tính chất định tính của hệ thống điều khiển, người ta bắt đầu nghiên cứu tính ổn định các hệ điều khiển dạng $\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)), t \geq 0 (0.1)$ bài toán ổn định hóa của hệ là tìm hàm điều khiển ngược: $u(t, x) = h(t, x)$ sao cho hệ động lực $\dot{x}(t) = f(t, x(t), h(t, x(t))) = F(t, x(t))$ là ổn định hoặc ổn định tiệm cận tại trạng thái cân bằng. Trong các bài toán ổn định hóa tổng quát, hệ điều khiển (0.1) thường được mô hình hóa với các tác động của điều khiển ngược, của các nhiễu điều khiển và quan sát,... Như vậy mục đích của vấn đề ổn định hóa một hệ thống điều khiển là tìm các hàm điều khiển ngược sao cho hệ thống đã cho ứng với điều khiển đó trở thành hệ thống ổn định được tại trạng thái cân bằng. Cơ sở toán học của bài toán ổn định hóa là lý thuyết ổn định Lyapunov. Dựa trên những kết quả đã biết của tính ổn định Lyapunov người ta đã nghiên cứu, phát triển và ứng dụng vào giải bài toán ổn định hóa các hệ thống điều khiển.

Nội dung của bản luận văn được trình bày trong hai chương.

Chương 1 trình bày cơ sở toán học hệ phương trình vi phân điều khiển, phương pháp hàm Lyapunov trong lý thuyết ổn định, bài toán ổn định hóa và các bổ đề liên quan.

Chương 2 trình bày bài toán hệ phương trình vi phân phi tuyến có trễ, hệ phương trình vi phân phi tuyến ôtônôm có trễ, hệ phương trình vi phân phi tuyến không ôtônôm có trễ.

Một số ký hiệu viết tắt

$\mathbb{R}^+$	Tập hợp các số thực không âm.
$\mathbb{R}^n$	Không gian Euclid n chiều.
$< x, y >$ hoặc $x^T y$	Tích vô hướng của 2 véctơ x, y.
$\|x\|$	Chuẩn véctơ Euclid của x.
$\mathbb{R}^{n\times r}$	Không gian các ma trận $n \times r$ chiều.
A^T	Ma trận chuyển vị của A.
I	Ma trận đồng nhất.
$\lambda(A)$	Giá trị riêng của A.
	$\lambda_{max}(A) = max\{Re\lambda : \lambda \in \lambda(A)\}$.
$\eta(A)$	Chuẩn phổ của ma trận được xác định bởi:
	$\eta(A) = \sqrt{\lambda_{max}(A^T A)}$.
$\mu(A)$	Độ đo của ma trận A xác định bởi :
	$\mu(A) = \frac{1}{2}\lambda_{max}(A + A^T)$.
$L_2([0,t], \mathbb{R}^n)$	Không gian khả tích bậc 2 trên $[0, t]$ giá trị trong $\mathbb{R}^n$.
$A \geq 0$	Ma trận xác định không âm.
$A > 0$	Ma trận xác định dương.
$C([-h, 0], \mathbb{R}^n)$	Không gian các hàm liên tục trên $[-h, 0]$ giá trị trong $\mathbb{R}^n$.
	$\|x_t\| = sup_{s\in[-h,0]}\|x(t+s)\|$.
$BM^+(0, \infty)$	Tập hợp các hàm ma trận xác định không âm

và bị chặn trên $[0, \infty)$.

Chương 1

Cơ sở toán học

Chương này trình bày một số kiến thức cơ sở toán học về hệ phương trình vi phân điều khiển, phương pháp hàm Lyapunov, bài toán ổn định hóa và các bổ đề bổ trợ. Nội dung chương này được trình bày từ tài liệu [1], [2].

1.1 Hệ phương trình vi phân điều khiển

Hệ phương trình điều khiển mô tả bởi phương trình vi phân hay rời rạc dạng:

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)), t \geq 0,$$

$$x(k+1) = f(k, x(k), u(k)), k = 0, 1, 2, ...$$

trong đó $x(t)(x(k)) \in \mathbb{R}^n$ là véctơ trạng thái, $u(t)(u(k)) \in \mathbb{R}^m$, $n \geq m$, là véctơ điều khiển và hàm $f(t, x, u) : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$. Các đối tượng điều khiển trong các mô hình điều khiển hệ động lực được mô tả như những dữ liệu đầu vào có tác động quan trọng, ở mức độ này hoặc mức độ khác, có thể làm ảnh hưởng đến sự vận hành đầu ra của hệ thống. Như vậy, ta hiểu một hệ thống điều khiển là một mô hình toán học được mô tả bởi phương trình toán học biểu thị sự liên hệ vào - ra :

$$u(t) \to \boxed{\dot{x} = f(t, x, u)} \to x(t).$$

Một trong những mục đích chính của bài toán điều khiển hệ thống là tìm điều khiển (đầu vào) sao cho hệ thống (đầu ra) có những tính chất mà ta mong muốn. Thông thường, việc chuyển một hệ thống có điều khiển từ vị trí này sang vị trí khác có thể thực hiện bằng nhiều phương pháp dưới tác động bởi các điều khiển khác nhau. Căn cứ vào những mục đích cụ thể của hệ thống đầu ra người ta xác định các bài toán điều khiển khác nhau: bài toán điều khiển được, bài toán ổn định hóa, bài toán điều khiển tối ưu, v.v... Trong luận văn này chúng ta chỉ xét bài toán ổn định hóa.

1.2 Bài toán ổn định hóa

Bài toán ổn định hóa là bài toán ổn định (ổn định Lyapunov) các hệ điều khiển. Do đó cơ sở toán học của bài toán ổn định hóa là lý thuyết ổn định Lyapunov. Dựa trên những kết quả đã biết của tính ổn định Lyapunov người ta đã nghiên cứu, phát triển và ứng dụng vào giải bài toán ổn định hóa các hệ thống điều khiển. Tính ổn định là một trong những tính chất quan trọng của lý thuyết định tính các hệ động lực và được sử dụng nhiều trong các lĩnh vực cơ học, vật lý toán,... Nói một cách hình tượng, một hệ thống được gọi là ổn định tại một trạng thái cân bằng nào đó nếu các nhiễu nhỏ của các dữ kiện hoặc cấu trúc ban đầu của hệ thống không làm cho hệ thống thay đổi